

Démonstration de la formule de la variance dans le cas où $n = 2$

Jean-Etienne Poirrier*

14 juillet 2005

Soit l'échantillon $\{a, b\}$. L'effectif est donc $n = 2$ (variables quantitatives) et la moyenne est, par définition, $c = \frac{a+b}{2}$.

La théorie dit que la formule de la variance est $s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$. Appliquons-la à notre cas particuliers ...

$$s^2 = \frac{(a-c)^2 + (b-c)^2}{1} \quad (1)$$

$$= a^2 + c^2 - 2ac + b^2 + c^2 - 2bc \quad (2)$$

$$= a^2 + b^2 + 2c^2 - 2c(a+b) \quad (3)$$

$$= a^2 + b^2 + 2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - 2\frac{a+b}{2}(a+b) \quad (4)$$

$$= a^2 + b^2 - (a+b)^2 + \frac{(a+b)^2}{2} \quad (5)$$

$$= a^2 + b^2 - \frac{a^2}{2} - \frac{b^2}{2} - \frac{2ab}{2} \quad (6)$$

$$= \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - ab \quad (7)$$

$$= \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2} \quad (8)$$

$$= \frac{(a-b)^2}{2} \quad (9)$$

Cqfd

*Ces notes de cours de statistiques sont largement inspirées de mes notes prises au cours du professeur A. Albert pour les deuxièmes candidatures en biologie à l'Université de Liège (Belgique). Je ne suis donc pas statisticien et, si vous aviez des remarques, des suggestions ou si vous trouviez des erreurs, vous pouvez m'en faire part à l'adresse suivante : jepoirrier@gmail.com. La dernière version de ces notes se trouvent ici : <http://www.epot.org/notes/>. Ces notes sont sous la GNU Free Documentation Licence dont le texte se trouve ici : <http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html>